

MODÉLISATION MULTIPHASIQUE APPLIQUÉE À L'ANALYSE DE STABILITÉ D'OUVRAGES EN SOLS RENFORCÉS AVEC PRISE EN COMPTE D'UNE CONDITION D'ADHÉRENCE SOL-ARMATURES

QUANG THAI SON, GHAZI HASSEN, PATRICK DE BUHAN

UMR Navier, LMSGC (ENPC, LCPC, CNRS)

6 et 8 av. B. Pascal, 77455 Marne-la-Vallée, cedex 02. debuhan@lmsgc.enpc.fr

Résumé: Cette communication présente la première application d'un modèle multiphasique, développé dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture, à l'analyse de stabilité d'un mur de soutènement en terre armée. L'intérêt d'un tel modèle est de préserver l'avantage considérable que procure la méthode d'homogénéisation, en termes de gain en temps de calcul, tout en permettant la prise en compte des défauts d'adhérence entre le sol et les inclusions de renforcement, qui peuvent fortement affecter la tenue de l'ouvrage.

Abstract: This paper deals with the application of a multiphase model, developed in the context of the yield design theory, to the stability analysis of a reinforced earth retaining wall. The main feature of such a model is to combine the advantage of the homogenization approach, in terms of short computational time, with the ability to account for a lack of the adherence of soil to reinforcements, which may have a decisive influence on the stability of the structure.

1. INTRODUCTION

Le renforcement d'ouvrages de soutènement par l'incorporation, en phase de construction, d'armatures métalliques (technique dite de la «terre-armée»), est un procédé aujourd'hui couramment employé pour assurer la stabilité de ce type d'ouvrages. En pratique, compte tenu du grand nombre d'inclusions de renforcement mises en jeu, mais du fait que ces inclusions sont réparties de manière périodique au sein du massif de sol, il est naturel de proposer une méthode d'homogénéisation visant à remplacer le composite «sol renforcé» par un milieu homogène équivalent, dont les propriétés de résistance sont anisotropes en raison de la direction préférentielle des renforcements (de BUHAN et SALENÇON [2], de BUHAN et al. [3]).

Un telle méthode n'autorisant pas la prise en compte d'une condition de glissement entre le sol et les armatures, qui peut fortement affecter la tenue de l'ouvrage, on propose ici une modélisation multiphasique, présentée dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture, qui est appliquée à l'analyse de stabilité d'un mur en terre armée.

2. POSITION DU PROBLÈME ET PRINCIPE DE LA MODÉLISATION MULTIPHASIQUE

On s'intéresse à l'analyse de stabilité d'un mur de soutènement vertical, de hauteur H , renforcé sur toute sa hauteur par une distribution d'armatures de renforcement de longueur L , régulièrement espacées d'une distance h . Le sol, de poids volumique γ , est supposé purement frottant (sable sec), sa résistance étant caractérisée par l'angle de frottement interne φ . On désigne par N_0 la résistance en traction d'un lit d'armatures par unité de longueur selon la direction transversale Oz (figure 1a).

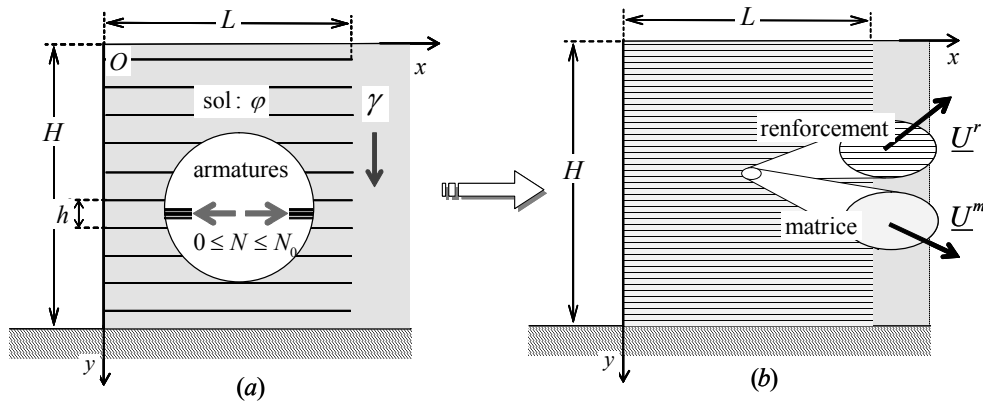


Fig. 1. Modélisation multiphasique d'un mur de soutènement en sol renforcé par armatures

La modélisation multiphasique d'un tel ouvrage consiste à remplacer la zone renforcée de l'ouvrage, par la superposition de deux milieux continus, appelés phase renforcement et phase matrice, décrivant respectivement à l'échelle macroscopique le sol et le réseau d'armatures. En tout point géométrique de l'ouvrage ainsi modélisé coexistent donc deux particules appartenant à ces deux phases, auxquelles peuvent être attribuées des cinématiques différentes, permettant ainsi de modéliser les glissements relatifs entre le sol et les armatures dus au défaut d'adhérence, en particulier au voisinage de l'extrémité de ces dernières.

Plus précisément, une telle modélisation aboutit à l'écriture des équations d'équilibre suivantes pour chacune des phases (de BUHAN et SUDRET [4], BENNIS et de BUHAN [1]):

$$\partial \sigma^r / \partial x + I = 0; \quad \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^m + \gamma \underline{e}_y - I \underline{e}_x = 0 \quad (1)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}^m$ est la contrainte dans la phase matrice, tandis que σ^r est la contrainte dans la phase renforcement, qui s'interprète comme l'effort de traction dans les armatures par unité de surface transversale, soit:

$$\sigma^r = N / h \tag{2}$$

tandis que I est la densité volumique de force d'interaction exercée par la phase matrice sur la phase renforcement, qui peut s'écrire:

$$I = (\tau^+ + \tau^-) / h \tag{3}$$

où τ^+ (resp. τ^-) désigne, à l'échelle microscopique, la contrainte tangentielle exercée par le sol sur la face supérieure (resp. inférieure) de l'armature (figure 2).

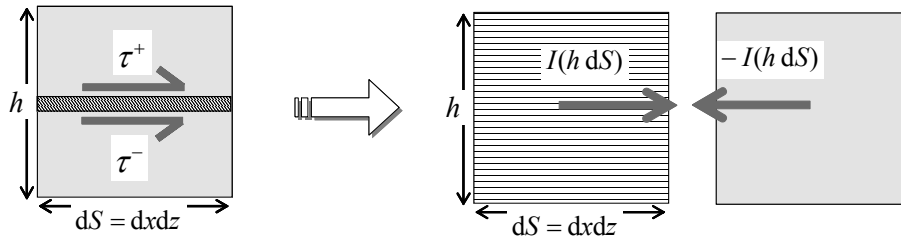


Fig. 2. Interprétation de l'effort volumique d'interaction

La mise en œuvre de l'approche calcul à la rupture pour analyser la stabilité de cet ouvrage dans le cadre d'une telle modélisation multiphasique, nécessite la donnée des critères de résistance relatifs à chacune des phases d'une part, à leur interaction d'autre part. Ainsi, compte tenu de la très faible proportion volumique du matériau de renforcement (inférieure à 1%) et donc du fait que celle du sol est très proche de l'unité, on convient d'adopter pour la phase matrice le même critère de résistance que celui du sol, caractérisé par l'angle de frottement φ . En ce qui concerne la phase renforcement, le critère s'écrit en vertu de (2):

$$0 \leq \sigma^r \leq \sigma_0 = N_0 / h \tag{4}$$

Enfin, le critère de résistance relatif à l'effort d'interaction sera simplement de la forme:

$$|I| \leq I_0 = (\tau^+ + \tau^-)^{\max} / h \tag{5}$$

$(\tau^+ + \tau^-)^{\max}$ représentant la résistance à l'arrachement par unité de surface d'une nappe d'armatures, qui peut être déterminée par des essais *in situ*.

Dans ces conditions, conformément au raisonnement du calcul à la rupture, l'ouvrage est (potentiellement) stable, si et seulement il est possible de mettre en évidence in système d'efforts intérieurs $(\underline{\sigma}^m, \sigma^r, I)$ qui satisfait les équations d'équilibre (1) ainsi que les conditions aux limites correspondantes, tout en vérifiant en tout point les critères de résistance respectifs des phases et de leur interaction. L'analyse dimensionnelle de ce problème, montre que l'on a nécessairement:

$$\text{stabilité de l'ouvrage} \Leftrightarrow \frac{\gamma H}{\sigma_0} \leq K^+ \left(\varphi, \frac{L}{H}, \frac{I_0 L}{\sigma_0} \right) \quad (6)$$

3. MISE EN ŒUVRE DE L'APPROCHE CINÉMATIQUE PAR L'EXTÉRIEUR

Cette approche est mise en œuvre en utilisant des champs de vitesse définis sur chacune des phases. En ce qui concerne la phase matrice (représentant le sol), le champ de vitesse retenu correspond à un mécanisme dans lequel le bloc OAB , délimité par l'arc de spirale AB d'angle φ , et de foyer Ω repéré par les paramètres angulaires (θ_1, θ_2) , est animé d'un mouvement de rotation de vitesse angulaire $\hat{\omega}$ autour de ce point (figure 3a). La vitesse d'un point M s'écrit:

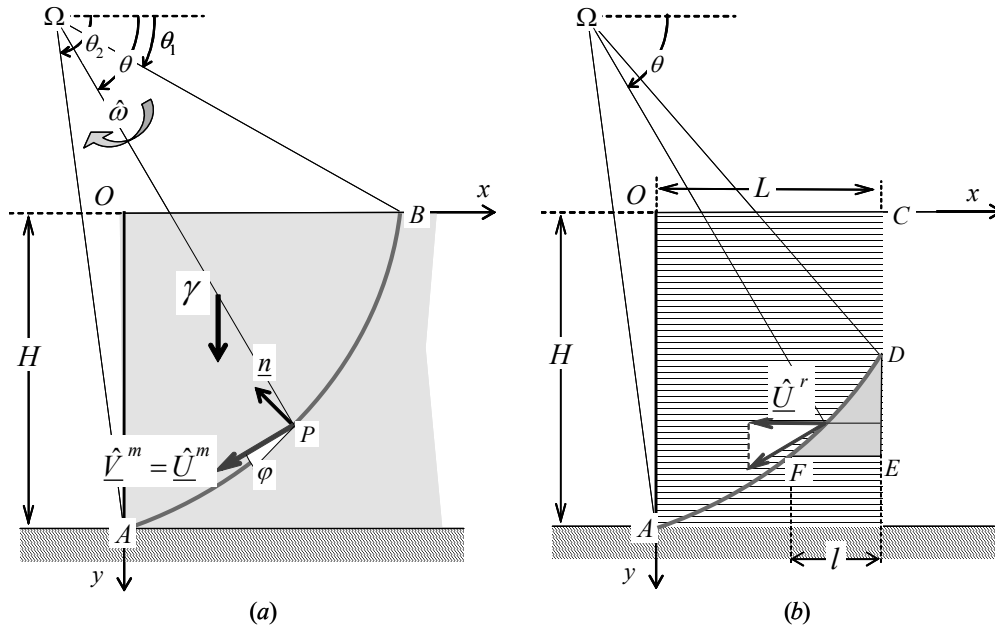


Fig. 3. Champs de vitesse virtuels dans la phase matrice (a) et dans la phase renforcement (b)

$$\hat{U}^m(M) = \begin{cases} \hat{\omega} e_z \wedge \underline{\Omega M} & \text{si } M \in OAB \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (7)$$

induisant une discontinuité de vitesse à la traversée de l'arc de spirale AB en suivant la normale \underline{n} , égale à:

$$\hat{V}^m(P) = \hat{U}^m(P) \quad (8)$$

Pour ce qui est de la phase renforcement, le champ de vitesse s'écrit:

$$\hat{U}^r(M) = \begin{cases} [\hat{U}^m(P), \underline{e}_x] \underline{e}_x & \text{si } M \in DEF \\ \hat{U}^m(M) & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

où DEF est le triangle curviligne représenté sur la figure 3b, défini par la longueur l .

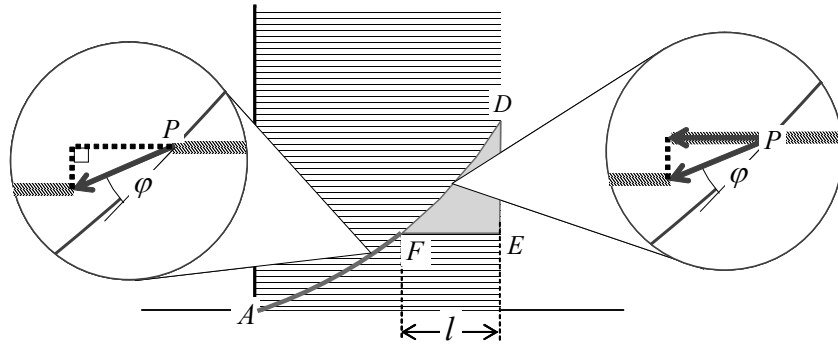


Fig. 4. Cinématiques de «cassure» et d'«arrachement» des armatures dans la phase renforcement

La cohésion de la phase matrice étant nulle, et donc également la puissance résistante maximale correspondante, la puissance résistante maximale totale développée dans le mécanisme décrit ci-dessus, s'écrit tous calculs faits:

$$P_{rm}(\hat{U}^m, \hat{U}^r) = \int_{AF} \sigma_0 \langle n_x \hat{U}_x^r \rangle ds + \int_{DEF} I_0 |\hat{U}_x^r| dx dy, \quad (10)$$

où la première intégrale se rapporte à la discontinuité de vitesse dans la phase renforcement (mécanisme par «cassure» des armatures), tandis que la seconde correspond à un mécanisme d'«arrachement» des armatures (voir figure 4), qui met en jeu le critère d'interaction. On peut alors montrer que la longueur l qui rend minimale cette puissance résistante maximale est égale à:

$$l = \sigma_0 / I_0 \quad (11)$$

et l'expression de la puissance résistante maximale totale peut se mettre sous la forme:

$$P_{rm}(\hat{U}^m, \hat{U}^r) = \sigma_0 \hat{\omega} H^2 P_{rm} \left(\theta_1, \theta_2; \varphi, \frac{L}{H}, \frac{I_0 L}{\sigma_0} \right) \quad (12)$$

La puissance des efforts extérieurs s'écrivant par ailleurs:

$$P_e(\hat{U}^m, \hat{U}^r) = \gamma \hat{\omega} H^3 p_e \left(\theta_1, \theta_2; \varphi, \frac{L}{H}, \frac{I_0 L}{\sigma_0} \right) \quad (13)$$

on obtient finalement la majoration suivante du facteur de stabilité de l'ouvrage:

$$K^+ = \left(\frac{\gamma H}{\sigma_0} \right)^+ \leq \text{Min}_{(\theta_1, \theta_2)} \left\{ \frac{p_{rm}}{p_e} \right\} = K^e \left(\varphi, \frac{L}{H}, \frac{I_0 L}{\sigma_0} \right) \quad (14)$$

la minimisation étant effectuée numériquement.

4. RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

Les résultats présentés sur la figure 5 se rapportent aux données suivantes: $\varphi = 30^\circ$, $L/H = 1$, le paramètre adimensionnel $I_0 L / \sigma_0$, qui évalue la résistance de l'interaction relativement à celle des renforcements, croissant progressivement à partir d'une valeur nulle. Compte tenu de (11), ce dernier paramètre est égal à L/l . On observe ainsi que, pour le jeu de paramètres choisi, la stabilité de l'ouvrage est une fonction croissante de ce paramètre, dont l'influence ne se manifeste plus au-delà d'une valeur proche de 2, c'est-à-dire lorsque la longueur l est égale à la moitié de la longueur des inclusions de renforcement. Au-delà de cette valeur, le majorant calculé est égal à celui donné par la méthode d'homogénéisation en calcul à la rupture qui suppose implicitement qu'il y a adhérence totale entre le sol et les armatures.

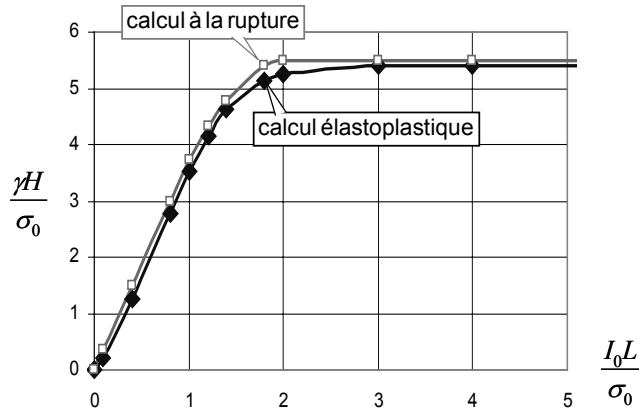


Fig. 5. Majoration du facteur de stabilité: comparaison entre les résultats du calcul à la rupture et ceux provenant d'une analyse élastoplastique

Cette conclusion est confirmée par la comparaison, reportée sur la même figure, entre les résultats donnés par l'approche cinématique du calcul à la rupture et ceux découlant d'une analyse de type élastoplastique mise en œuvre sur la base de la même modélisation multiphasique, c'est-à-dire en adoptant aussi bien pour chacune des phases, que pour leur interaction, une loi de comportement élastique parfaitement plastique avec règle d'écoulement associée. On observe que, conformément au statut de l'approche cinématique du calcul à la rupture, les résultats fournis par cette dernière sont légèrement supérieurs à ceux donnés par le calcul élastoplastique.

RÉFÉRENCES

- [1] BENNIS M., de BUHAN P., *A multiphase constitutive model of reinforced soils accounting for soil-inclusion interaction behaviour*, Math. Comp. Model., 2003, 37, 469–475.
- [2] de BUHAN P., SALENÇON J., *Analyse de stabilité des ouvrages en sols renforcés par une méthode d'homogénéisation*, Revue Française de Géotechnique, 1987, n° 41, 29–43.
- [3] de BUHAN P., MANGIAVACCHI R., NOVA R., PELLEGRINI G., SALENÇON J., *Yield design of reinforced earth walls by a homogenization method*, Géotechnique, 1989, 39, n° 2, 189–201.
- [4] de BUHAN P., SUDRET B., *Micropolar multiphase model for materials reinforced by linear inclusions*, Eur. J. Mech., A/Solids, 2000, 19, n° 4, 669–687.